

LEVEL-SET 法を用いたプール内の気泡振動解析

Numerical Analysis of Bubble Oscillations in a Water Pool using Level-Set Method

清水泉介, 東北大流体研, 〒980 - 8577 仙台市青葉区片平 2-1-1, E-mail:shimizu@ifs.tohoku.ac.jp
寺坂晴夫, 東北大流体研, 〒980 - 8577 仙台市青葉区片平 2-1-1, E-mail:terasaka@ifs.tohoku.ac.jp
Sensuke SHIMIZU, Institute of Fluid Science, Tohoku Univ., 2-1-1 Katahira, Sendai, 980-8577, Japan
Haruo TERASAKA, Institute of Fluid Science, Tohoku Univ., 2-1-1 Katahira, Sendai, 980-8577, Japan

This paper describes the numerical analysis of bubble oscillation that occur when high pressure air is injected through a submerged pipe into water in a pool. Successful numerical analysis is conducted on bubble oscillations. Using the Level-set Method, compressible air and incompressible liquid is directly calculated. It is easy to treat the moving interface and the surface tension. The Navier-Stokes equations in primitive variable formulations is solved on staggered grid by the implicit method.

1. 緒言

原子力分野において、重要な流れ場の一つに気泡振動現象がある。配管を通して高圧空気が水槽に吹き込む場合、空気は配管内に存在する水を排除する間に圧縮され、その後配管から開放された空気は水中で過膨張する。さらに空気先端は水槽内で気泡となり膨張、収縮を繰り返して成長していく。高圧空気が水面に衝突した時の圧力場、また気泡振動時の水槽内を伝わる圧力場が水槽に様々な荷重を与えると予想される。米国 MIT ではこの現象に対して実験を行い、気泡振動の構造を明らかにしている⁽¹⁾。本報ではこの気泡振動現象を、数値解析を行うことにより評価した。

このような気泡振動現象を気液二相流として解析する場合、重要なのは気液界面の正確な追跡と気相の圧縮性である。

最初に界面を追跡する手法を考察する。異なる性質を持つ二相流の解析を行うためには、二相間に存在している界面を正確に捕獲、追跡しなければならない。一般に用いられる解析手法として、気液各相にカラー関数を用いて区別し、全解析領域に配置してその移流方程式を解く手法がある。代表的なものとして VOF (Volume Of Fluid) 法が挙げられる。VOF 法ではカラー関数を液相の体積率として配置し、保存系の移流方程式を解く。非圧縮性流体における質量保存式とあわせて体積保存を計算できる点がこの手法の長所だが、VOF 法またはその他カラー関数を用いた手法では、ある計算格子に定義された関数は気相、液相としてのフラグとしての情報しか持たないため、移流方程式の離散化や表面張力の計算の際、隣の計算格子との相の連続性を判定するといった計算の煩雑さを伴う。

これに対して最近注目されているのが Level - Set 法⁽²⁾である。この手法ではカラー関数として、界面をゼロと定義してそこからの垂直距離である距離関数を全解析領域に配置する。これにより移流方程式によって計算される関数は連続となり、界面付近での特殊な処理は必要とせず表面張力も容易に与えることができる。ただしこの手法では計算が進むにつれて、カラー関数の移流に伴い距離関数としての役割を失う。従って計算途中で距離関数の再計算(再初期化)を行わねばならない。

次に気相の圧縮性について考察する。上述した気泡振動現象では、配管内の空気は圧縮性気体である。配管に流れ込んだ空気は配管内で徐々に圧力を増し、次いで配管内の水を押し始める。このような気相の変化を解析する場合、最も単純な手法は、気相を空間的に一様とみなす手法である。気相が満たす状態方程式より気相の一様圧力を求め、その圧力が界面を通して液相に伝えられる。この手法により配管から開放

された気泡の振動現象は解析できると予想される。ただし実際には気泡振動の間配管内の空気は空間的に一様ではなく、振動現象に与える影響は少なくないと考えられる。この点から配管内空気の空間的な振る舞いを捕らえることが不可欠であり、より正確に現象を捉えるためには、気相を圧縮性流体として解析するべきである。

以上の考察から本報では、界面追跡に界面での処理が容易で、各相に対して対称的な手法である Level - Set 法を用い、配管内空気を圧縮性流体として、気泡振動現象におけるこれらの手法の有効性を評価した。

2. 支配方程式

支配方程式は密度 ρ を p のみの関数として

$$\frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_i u_j) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \rho g_i + \sigma \kappa \delta(\phi) n_i \quad (1)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} + u_j \frac{\partial p}{\partial x_j} = \rho C_s^2 \frac{\partial u_j}{\partial x_j} \quad (2)$$

$$\rho = \rho(p) \quad (3)$$

とする。ここで $\sigma \kappa \delta(\phi) n_i$ は表面張力項である。 $\sigma, \kappa, \delta, \phi$ 及び n_i はそれぞれ表面張力係数、表面曲率、デルタ関数、距離関数及び界面の単位法線ベクトルである。また C_s は音速である。各相の音速を定義して二相を区別する。

3. Level - Set 法

気液相の界面追跡は Level - Set 法を用いる。この手法では距離関数 ϕ を全計算領域に配置し、その上に気液相の各物性値を配置してこの関数を移流方程式に従って解き、界面追跡を行う。

ある時刻 t の距離関数 $\phi(x, y, z, t)$ は、その時刻での計算領域内の任意の点を $P(x, y, z, t)$ 、その点 P から境界面に垂線を下ろし、その交点を $P_0(x_0, y_0, z_0, t)$ として次式で表される。

$$\phi(x, y, z, t) = \pm \sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2} \quad (4)$$

この ϕ によって気液相を区別する。

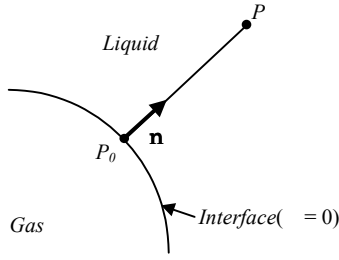


Fig.1 Level - Set function

$$\phi(x, y, z, t) \begin{cases} > 0 & (\text{Liquid}) \\ = 0 & (\text{Interface}) \\ < 0 & (\text{Gas}) \end{cases} \quad (5)$$

この滑らかな関数 ϕ 上に、次式で与えられる Heaviside 関数 $H_\varepsilon(\phi)$ を用いて気液相の音速、密度を定義する。

$$H_\varepsilon(\phi) = \begin{cases} 0 & (\phi < -\varepsilon) \\ (\phi + \varepsilon)/2\varepsilon + \sin(\pi\phi/\varepsilon)/2\pi & (|\phi| \leq \varepsilon) \\ 1 & (\phi > \varepsilon) \end{cases} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} C_s(\phi) &= C_{s,g} + (C_{s,l} - C_{s,g})H_\varepsilon(\phi) \\ \rho_s(\phi) &= \rho_{s,g} + (\rho_{s,l} - \rho_{s,g})H_\varepsilon(\phi) \end{aligned} \quad (7)$$

ε は格子幅程度の長さである。このように ϕ を定義することによってその移流方程式

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + u_j \frac{\partial \phi}{\partial x_j} = 0 \quad (8)$$

は特殊な離散化を行わずに処理できる。ただし ϕ は移流するに伴い、距離関数としての情報を失う。これを解決するために、計算領域全体の距離関数を再計算することになるが(再初期化)、複雑な界面の場合など明らかに(4)式から求めることは困難である。そこで(4)の代わりに

$$|\nabla \phi| = 1 \quad (9)$$

を満たすように決定する。従って次式を解くことによって再初期化される。

$$\frac{\partial \phi}{\partial t'} = \frac{\phi_0}{\sqrt{\phi_0^2 + \varepsilon^2}} (1 - |\nabla \phi|) \quad (10)$$

ここで t' は人工的な時間であり、 ϕ_0 は(10)を計算する直前の ϕ である。(9)では符号の情報が消えてしまうので符号関数 $\phi_0/\sqrt{\phi_0^2 + \varepsilon^2}$ を掛けている。分母の ε^2 は $\Delta t'$ による ϕ の更新を緩和させる働きをする。また界面 ($\phi = 0$) は再初期化を行わない。これは(10)式を解く際の境界条件に相当する。 $\nabla \phi$ の離散化は界面側の差分を定義する。

収束判定条件は(6), (7)から界面付近のみ距離関数であ

ばよいから

$$\frac{\sum_{|\phi^n| < \varepsilon} |\phi^{n+1} - \phi^n|}{m} < h^2 t' \quad (11)$$

となる。ここで m は $|\phi^n| < \varepsilon$ となるセル数、 h は格子幅である。

ϕ を用いて表面張力項の σ, κ, δ 及び \mathbf{n} は

$$\mathbf{n} = \nabla \phi / |\nabla \phi|, \quad \kappa = \nabla \cdot \mathbf{n} \quad (12)$$

$$\delta(\phi) = \begin{cases} 0 & (|\phi| > \varepsilon) \\ [1 + \cos(\pi\phi/\varepsilon)]/2\varepsilon & (|\phi| \leq \varepsilon) \end{cases} \quad (13)$$

となる。

4. 数値解法

本報では気泡振動を安定に解くために完全陰解法を用いた。対流項の差分スキームは QUICK、その他は2次中心差分を用いた。

5. 計算体系

本報では2次元円筒座標系を用いた。図2に計算体系を示す。配管半径を $D (= 0.025m)$ として水槽の半径を $5.49D$ 、高さを $24D$ 、水深を $12D$ 、配管深さを $4D$ とした。メッシュ分割は $r \times z = 28 \times 82$ とした。また気液相の各物性値は空気、水の物性値を用いているが、初期密度比は10としている。初期圧力は気相が $11300Pa$ 、液相は静水圧とした。配管入口の流入条件は z 方向に $1kg/m^2s$ として固定した。

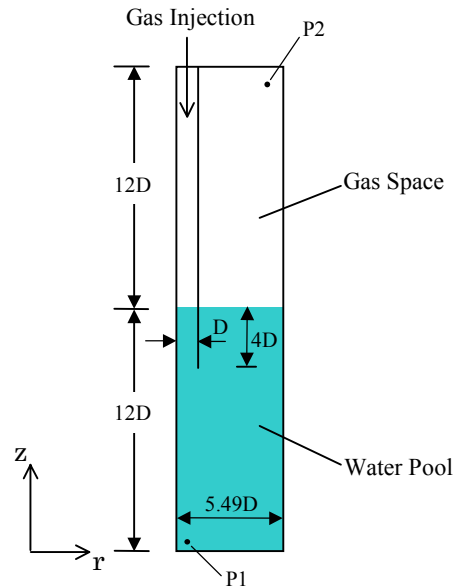


Fig.2 Computational model

6. 計算結果

図3に初期時刻の圧力等値線を示す。0.95msでは圧力のピークが配管内上部にあり、1.10msでは徐々に配管内を伝わっていく様子が見られる。1.25msで圧力ピークは配管内水面で反射し、1.40ms以後ピークはその幅を広げながら配管内を上昇する。この間圧力ピークの値は常に上昇する。一方配管内の水では、1.25ms以後その分布はほとんど変化しない。

この気液相の圧力伝播の違いは気液の圧縮率の違いによ

るものである。1.25ms 以後、圧縮率の高い空気は配管内水面付近で圧縮され、流入条件として常に配管入口から空気は流入するために、水面付近に高圧空気が配管内に溜まっていく。そしてその圧力のために配管内の水面は下降する。一方圧縮率の非常に小さい水は瞬時に水槽下部に圧力を伝え、その後圧力場は配管の壁を回り込み水槽表面まで伝わる。従って水槽水面は上昇する。このように初期時刻では配管内空気の圧力上昇、配管内水面の降下、水槽水面の上昇が連動しておこる。

次に配管下部まで達した時刻でのベクトル、及び圧力等値線を図4に示す。この時刻になると、配管内の空気は更に圧縮され、急激に配管内の水面を押し下げる。そのため水槽内に配管内から配管外部へと伝わる大きな流れ場が生じ、配管内から配管外部へと水の移動が始まる。すると配管内の空気の体積は大きくなり圧力上昇は減衰する。一方密度の大きい水は一度加速するとその慣性により配管外に流れ続けて、ついには空気圧力の減衰にもかかわらず、配管外に流れ出る。この様子は時刻 6.3ms でのベクトル図、圧力等値線図に見て取れる。このとき圧力は水面上にピークを持ち、6.3ms 以後、配管空気の圧力は減少する。しかし水はその慣性により配管外へと流れ続ける。つまり配管内空気は 6.3ms 以後、過膨張を始める。初期時刻で起こっていた空気、水の連動がこの時刻で崩れる。

その後配管内の空気は過膨張を続け、水槽の水面は上昇し、その上部の体積は減少する。そのために水槽上部の空気はその圧力を増す。そして過膨張した配管内空気の圧力と逆転し今度は配管内に水が入り込む。14ms でのベクトル、圧力等値線を見ると、水槽上部空気と水の圧力が配管内の空気圧力より高く、配管内の水は逆流し、配管内空気は収縮を始めていることが分かる。

この過膨張および収縮は配管内空気と水槽上部の空気をバネに例え、その間の水を重りに例えたとより明確に現象を捕らえることが出来る。このとき圧力はバネの収縮密度に例えられるだろう。配管内のバネはその端から急激な力を受けると一気に重りは動き出し、配管内のバネを引き伸ばすまでになる。一方水槽上部のバネが収縮し始め、やがて反発力により重りを配管側に移動させる。このことから膨張及び収縮は一度ではなく繰り返し起きると予想できる。

ここでこれまでの時刻での距離関数 ϕ の流れを説明する。距離関数は初期条件として、その定義通り空気、水の界面をゼロとした。ただし本報の計算では、気液相の流れ場を区切る配管の壁が存在する。壁上に界面が存在することになるので、全計算領域に対して ϕ を常に距離関数としての情報を持たせるには、壁を含めて気液相の界面を定義しなければならない。この場合 ϕ がゼロの位置は界面と配管の壁の十字型となり、再初期化は配管内部の気相、水槽の液相及び水槽上部の気相の、3つの領域を独立して行わなければならない。この場合壁付近の ϕ は壁に平行に分布することになるが、計算によっては壁付近の相が変わってしまう場合がある。また配管内空気が水槽に排出する場合にその形状が、壁上をゼロとする ϕ の分布に依存してしまう。従って本報では気液相の界面付近のみ ($|\phi| \leq 5\epsilon$) 距離関数としての情報を持たせることとした。再初期化は通常よりも頻繁に行うことによって距離関数としての情報を維持した。この場合界面以外の領域では、 ϕ は距離関数としての情報を完全に失うこととなるが、その符号が変わらない限り Heaviside 関数によって正しい物性値が設定される。また気泡発達時に、その後流の距離関数の鈍りが懸念されるが、よく見られる気泡の浮力による上昇の計算とは異なり、気泡後流の ϕ は配管からの流速によりその鈍

りは少ない。今後より汎用的に Level - Set 法を用いるには壁付近の処理を考慮しなければならない。

次に気泡成長時の時刻 50~200ms での気泡形状及びベクトルを図5に示す。配管内の空気は膨張、収縮を続けながら配管から解放され気泡へと成長する。50ms では気泡は収縮し、また100ms では膨張している様子が見える。気泡に成長した後の膨張収縮は水槽上部の空気と連動して起こるため、主に気泡上部で行われる。膨張した気泡に押しやられた水は水槽下方へ移るため、100ms 以後は気泡の下方への膨張は僅かである。気泡は上部空気との圧力場のやり取りにより、その形状は平坦に近づく (150, 200ms)。

水槽内及び上部の空気の圧力変動を図6に示す。配管下の水槽底面上の点を P1、水槽上部の空気の点を P2 として (図2参照) 圧力変動をグラフ化した。時刻 (0~5ms) では P1、P2 は急激に圧力が上昇している。この時刻では配管内で空気が下に押し出されている。その後配管から空気が出てから気泡としての形状が安定するまで、P1、P2 の圧力は激しく変動する (15~30ms)。形状が安定すると (30~60ms)、各圧力変動は位相差 π で振動する。気泡が過膨張したとき水槽下部 P1 の圧力は極小値をとるが、上部空気の体積は小さくなり P2 の圧力は極大値をとる。この時刻では気泡が収縮を受けるとき、それは主に壁付近で起こるから、その間 P1 の圧力変動のピークは頭打ちとなる。60ms を過ぎると P1 はさらに細かく振動をはじめ位相差 π を保たなくなる。そして150ms 以後再び位相差 π で振動を始める。膨張収縮の壁付近での安定性が時刻と共に水槽上部へ移行したためである。

7. 結言

界面の追跡に Level - Set 法を用いて気泡振動解析を行い定性的に妥当な結果を得ることができた。ただし今後の課題として幾つか挙げられる。まず最初に高密度比でも安定して解けるように解析手法を改良することである。現在の手法では初期の密度比 10 程度が限度である。本報では運動量保存式の移流項以外は 2 次中心差分を用いたが、特に距離関数の移流方程式など、その離散化について検討したい。次に計算領域に壁がある場合の距離関数の扱いである。本報では再初期化を界面近傍のみ行うことでこの問題を回避したが、汎用的に扱うためには壁に対して特別な処理を行うことも必要である。また Level - Set 法の問題点として挙げられるのが各相の体積保存である。検証計算として浮力による気泡の上昇の解析を行ったが、かなりの体積保存性を破る。解決策として質量保存式を精度良く解くことが考えられるが、根本的な解決とはいえない。体積保存性を移流方程式に含ませるなど再検討したい。

今後はこれらの問題点を解決し実験結果と比較して定量的な気泡振動の解析を行いたい。

参考文献

- (1) Anderson, W.G. et al., "Small scale modeling of hydrodynamic forces in pressure suppression systems" NUREG/CR-0003, (1978)
- (2) Sussman, M., Smereka, P., Osher, S. : *J.Comput.Phys.*, 114, 146-159 (1994)
- (3) 堀 崇信, 深沢 信行 無次元パラメータによる上昇する気泡形状の計算, 第13回数値流体力学シンポジウム, 講演論文集 C03-1
- (4) 梁儒全, 深沢 信行 二流体問題の数値計算, 第13回数値流体力学シンポジウム, 講演論文集 C01-1
- (5) 人見大輔 他, Level - Set 法による液滴の固有振動解析 日本原子力学会誌, Vol. 42, No.1 (2000)

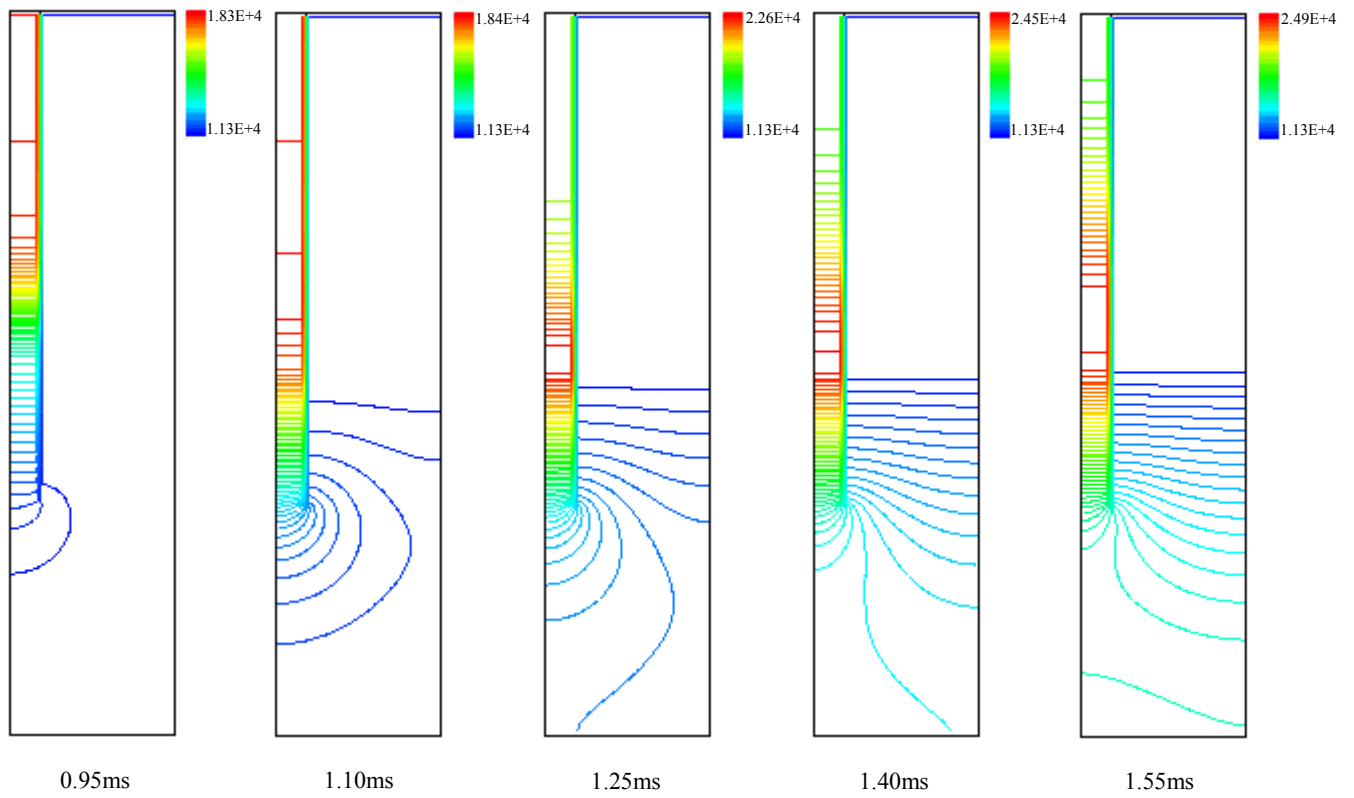


Fig.3 Pressure contours

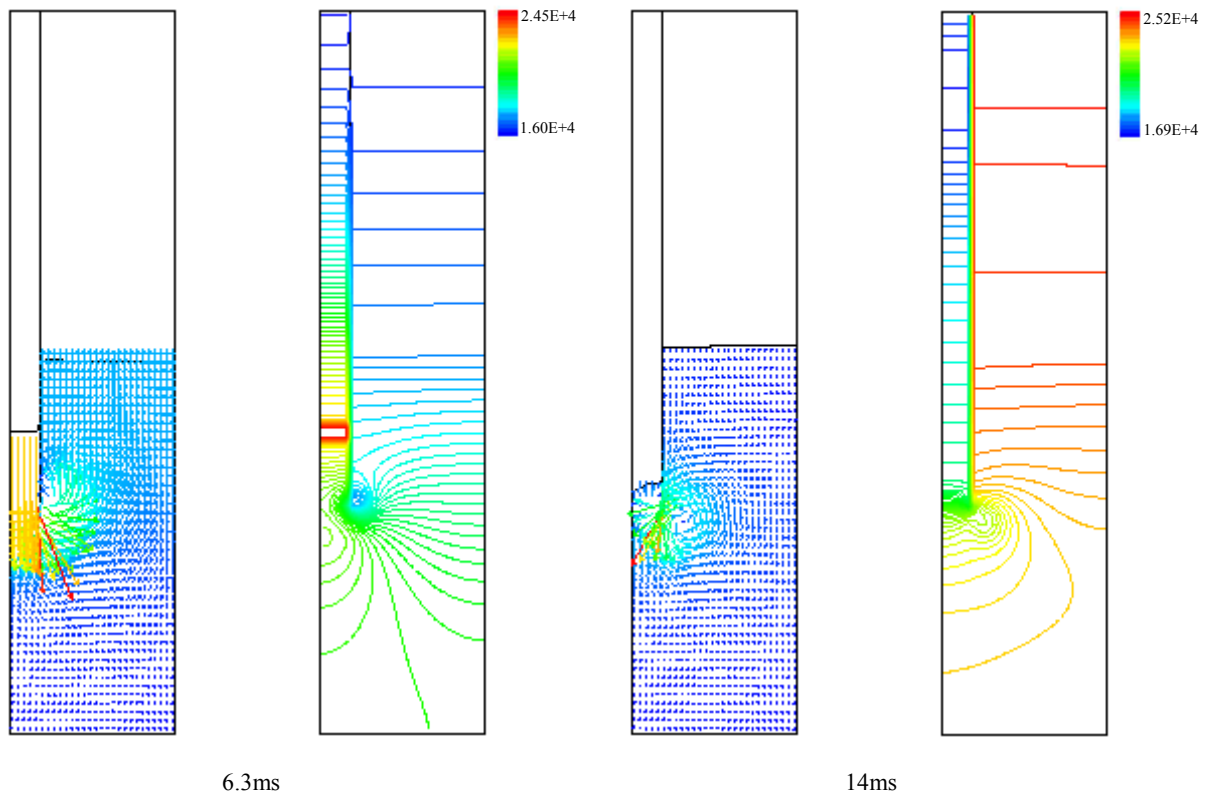


Fig.4 Velocity vectors and pressure contours

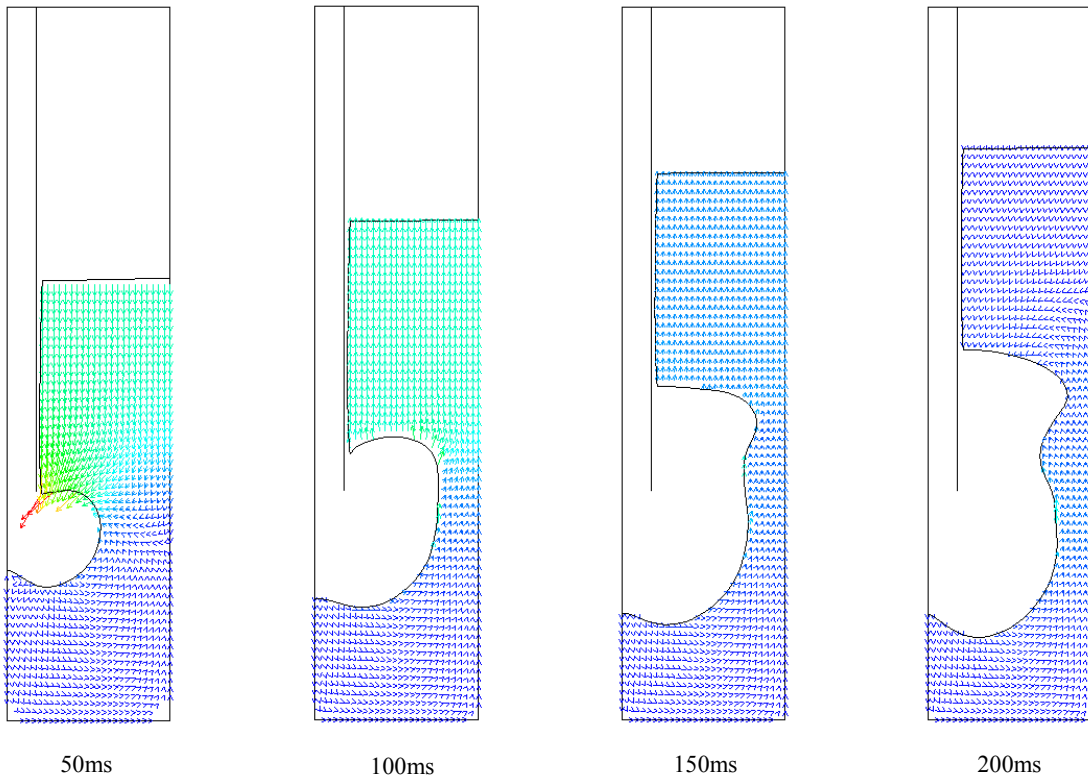


Fig.5 Bubble shape and velocity vectors

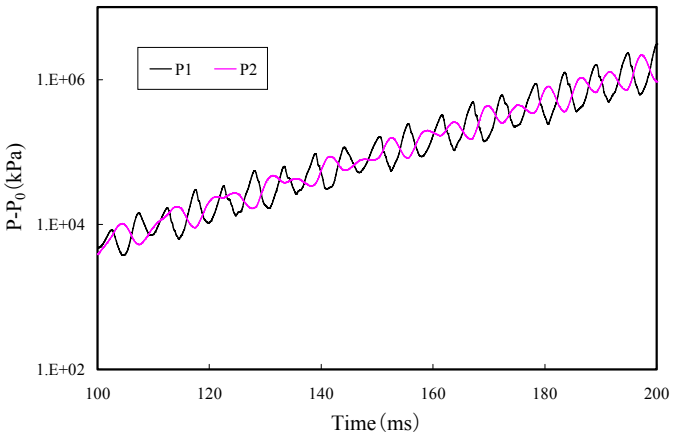
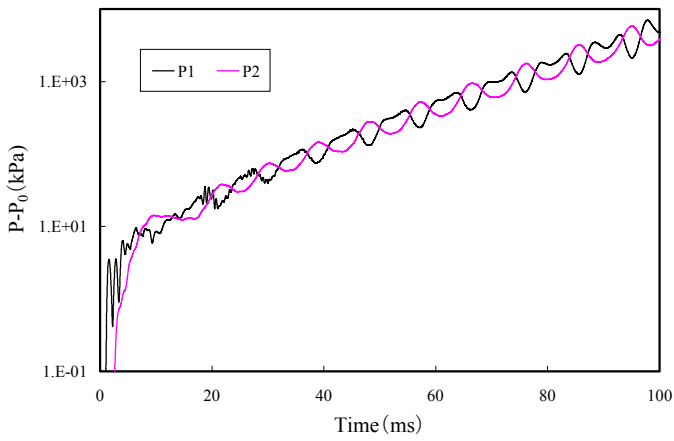


Fig.6 Pressure history