高知工科大学 経済・マネジメント学群

計量経済学応用

6. 差分の差分法

やない ゆうき
矢内 勇生

https://yukiyanai.github.io

yanai.yuki@kochi-tech.ac.jp

このトピックの目標

- パネルデータの構造を理解する
- パネルデータを利用した因果推論の方法を理解する
  - 差分の差分 (DID) 法の仕組みを理解する
  - DID を利用した回帰分析の実行法を理解する

パネルデータとは？

データの種類

クロスセクションデータ

- クロスセクションデータ (cross-sectional data)
  - 異なる個体について、同時点の観測値を集めたデータ
- 例：
  - 2019年の都道府県別経済指標
  - 2015年の国別GDP
  - 個人を対象に、1つのアンケート調査で集めたデータ

クロスセクションデータの例

id	prefecture	Y	D	X1	X2	・・・
1	北海道					
2	青森					
3	岩手					
4	秋田					
⋮	⋮					
47	沖縄					

ここに値が入る

時系列データ

- 時系列データ (time-series data)
  - 同じ個体について、異なる時点で観測した値を集めたデータ
- 例：
  - 1990年から2020年までの、高知県の人口・県内総生産の推移
  - ある企業の、四半期ごとの売り上げの推移

時系列データの例

year	Y	D	X1	X2	・・・
1990					
1991					
1992					
1993					
⋮					
2020					

ここに値が入る

パネルデータ

- パネルデータ
  - 複数の個体について、時系列の観測値を集めたデータ
  - 観測される個体は、時点によらず同じ
- 例：
  - G7の1990年から2015年までの毎年のGDPデータ
  - 1960年以降の都道府県別の人口の推移データ

パネルデータの例 (long)

prefecture	year	Y	D	X1	X2	・・・
北海道	1990					
北海道	1991					
⋮	⋮					
北海道	2020					
青森	1990					
⋮	⋮					
青森	2020					
岩手	1990					
⋮	⋮					
岩手	2020					
⋮	⋮					
沖縄	2020					

ここに値が入る

パネルデータの例2 (wide)

id	prefecture	Y1990	Y1991	・・・	Y2020	D1990	・・・
1	北海道						
2	青森						
3	岩手						
4	秋田						
⋮	⋮						
47	沖縄						

ここに値が入る

- `tidyr::pivot_longer()` で縦長に変換して分析する
- 自分でデータを作るなら、最初から long で作る（**tidy data** が使いやすい）

使いにくい long data の例

prefecture	year	variable_name	value
北海道	1990	Y	
北海道	1990	D	
⋮	⋮	⋮	
北海道	1990	X100	
北海道	1991	Y	
⋮	⋮	⋮	
北海道	1991	X100	
北海道	1992	Y	
⋮	⋮	⋮	
北海道	2020	X100	
⋮	⋮		
沖縄	2020	X100	

すべての
変数の値
が1列に

差分の差分法

Difference-in-Differences

(DID, DiD, DD, dif-in-dif)

どんな場面で使うのか？

- ある施策・政策の効果を確かめたい
- RQ「特定の施策には効果があったのか？」
- 調査・観察データで確かめたい
  - 注：政府・自治体が「社会実験」と称して行う実験の多くはRCTではないので、因果推論における「実験」とはみなせない
- 処置を受ける個体（企業、自治体など）と受けない個体がランダムに決まっていない
  - 国や自治体などが観測単位の場合、処置群と統制群が異質
    - 交絡をすべて統制することができない

★ どうやって因果効果を推定するか？

例：観光振興政策の効果

- 施策（処置）：県内の宿泊施設に滞在した県外からの観光客に、おみやげを無料で配布する
- 結果：県外から来た宿泊者数
- 調べたい因果効果：おみやげが県外からの宿泊者数に与える影響
  - A県：おみやげの配布あり
  - B県：おみやげの配布なし

単純比較（1）：個体間比較

県	宿泊者数（千人）施策実施後
A	280
B	200
差	80

- 単純比較による因果推論：おみやげが宿泊者数を8万人増やした
- 問題：A県とB県は、処置「おみやげ配布」以外が同質ではない
  - A県のほうが元々観光客が多いだけでは？

単純比較（2）：前後比較

宿泊者数（千人）			
県	施策実施前	施策実施後	差 (後 - 前)
A	320	280	-40

- 単純比較による因果推論：おみやげが宿泊者数を4万人減らした
- 問題：施策実施前のA県と実施後のA県は同質ではない
  - 時間による変化が統制されていない：何もしなくても、観光客は減ったのでは？

個体間比較と前後比較の併用

宿泊者数（千人）			
県	施策実施前	施策実施後	差 (後 - 前)
A	320	280	-40
B	290	200	-90
差	30	80	**50**

- 差の差による因果推論：おみやげが宿泊者数を5万人増やした
  - 個体間比較：過大推定（Aの観光客は元々多い）
  - 前後比較：過小推定（何もしないと観光客は減る）

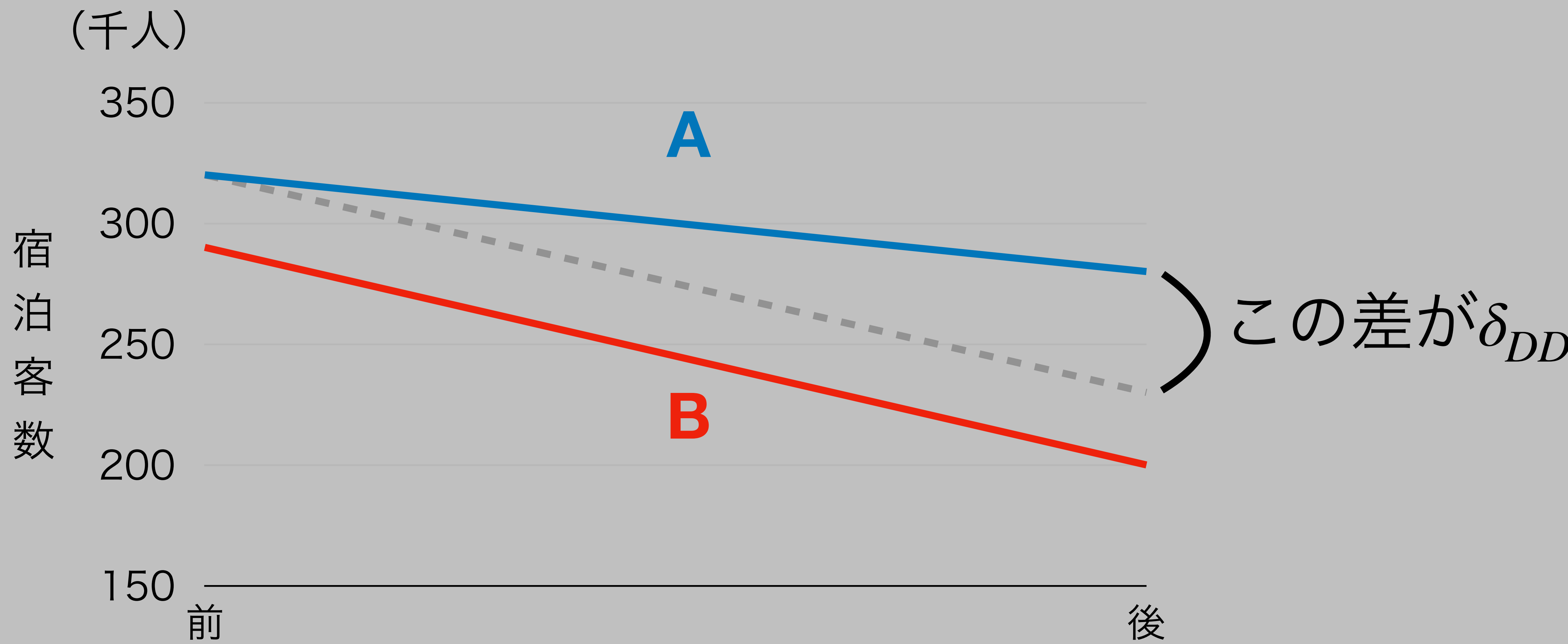
差分の差分 (DID)

- 差分の差分 (difference[s]-in-differences; DID, DD) を利用する
- Y：結果（宿泊者数）
  - δ_{DD}：差分の差分による因果効果

$$
\begin{aligned}
\delta_{DD} &= (Y_{A,\text{after}} - Y_{B,\text{after}}) - (Y_{A,\text{before}} - Y_{B,\text{before}}) \\
&= (280 - 200) - (320 - 290) \\
&= 80 - 30 \\
&= 50
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\delta_{DD} &= (Y_{A,\text{after}} - Y_{A,\text{before}}) - (Y_{B,\text{after}} - Y_{B,\text{before}}) \\
&= (280 - 320) - (200 - 290) \\
&= -40 - (-90) \\
&= 50
\end{aligned}
$$

差分の差分法による因果効果の推定

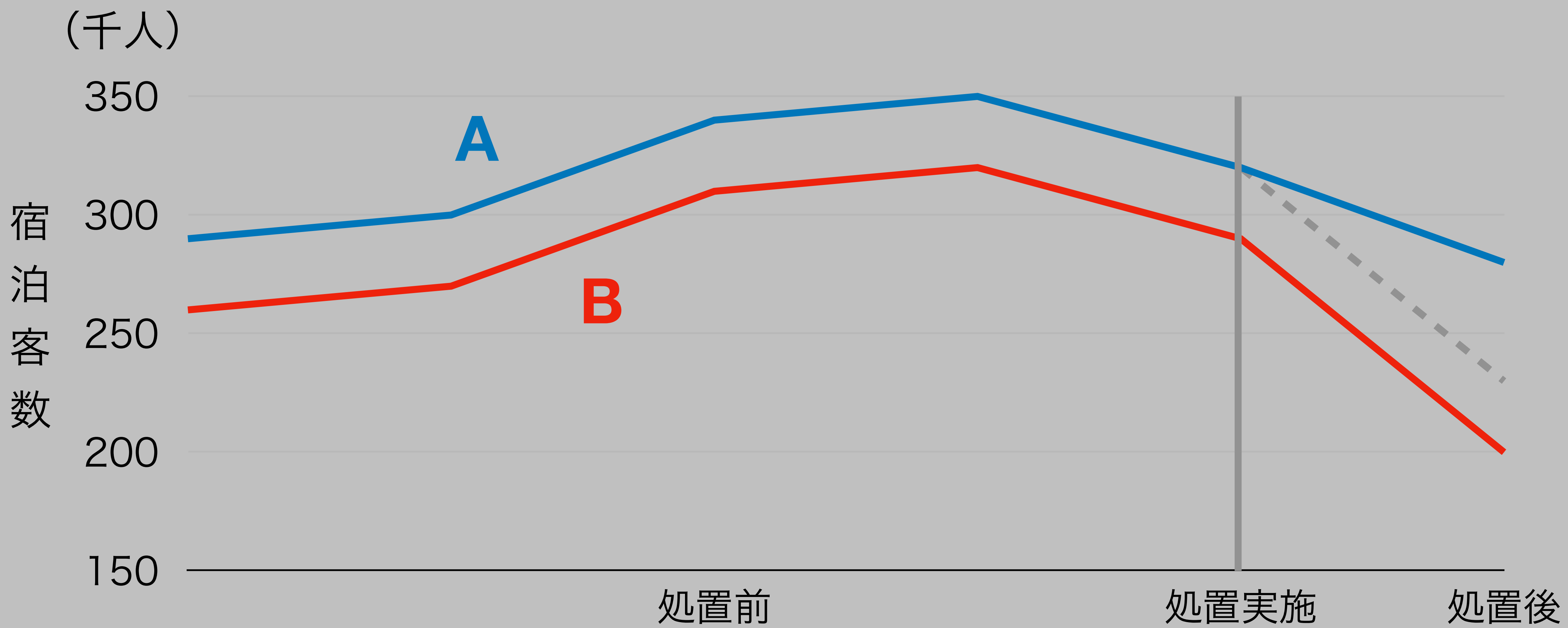


- 灰色の点線は、処置前のAの結果の値を通り、Bの線と平行な線

平行トレンドの仮定

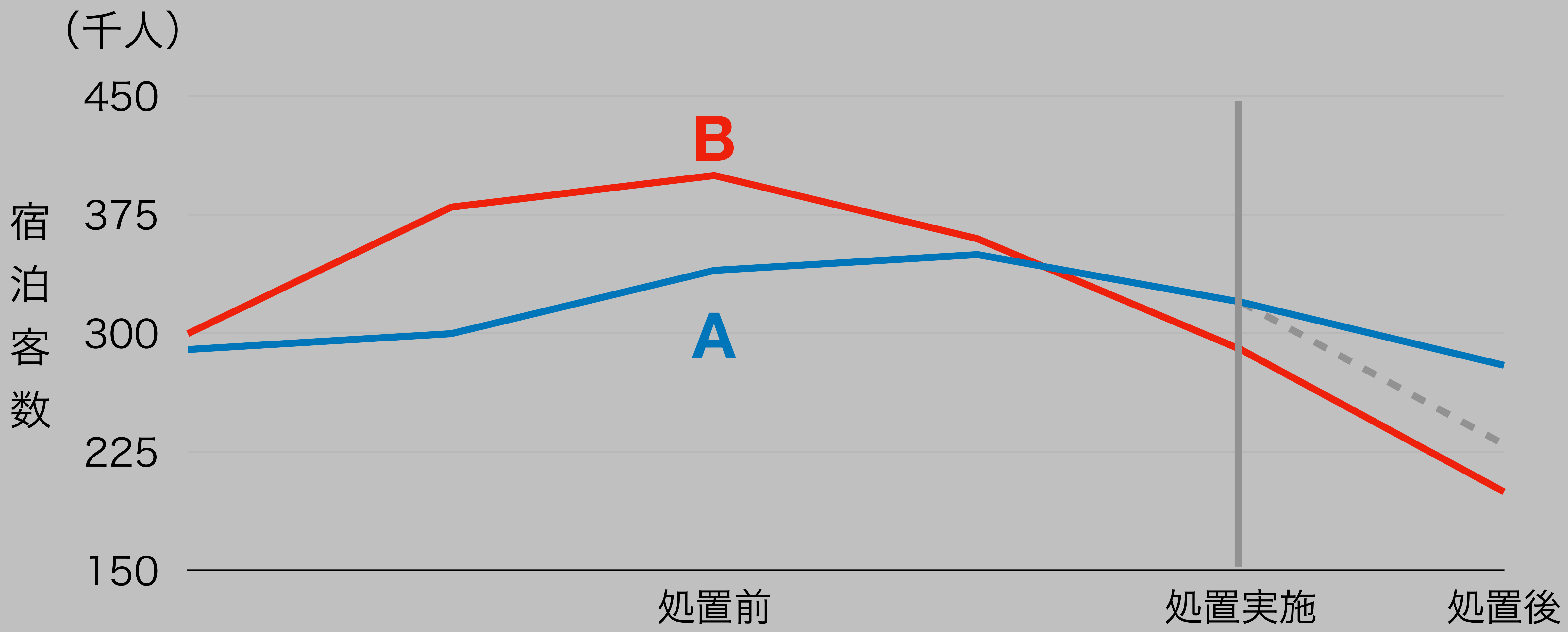
- 差分の差分法で因果推論を行うためには、**平行トレンド (parallel trend) の仮定**が必要
  - 「もし処置がなかったら、処置された個体の結果（あるいは処置群の結果の平均）と統制された個体の結果（あるいは統制群の結果の平均）は平行な時間的変化を示す」という仮定
  - 前のスライドの図で、「平行な点線」を引いたのは、この仮定による
- この仮定が誤っていれば、DID による因果推論にはバイアスが生じる

平行トレンドがありそうな例



- 処置前を長期にわたって観察し、平行トレンドといえそうかどうか確かめる
  - 実際には、完全に平行になることは期待できない
  - 「平行でない」ことは確認しやすいが、「平行である」ことを「証明」することはできない
  - あくまで**「仮定」**であることを忘れずに

平行トレンドがなさそうな例



- 処置前のトレンドがまったく異なる個体は、統制群（比較群）として不適

異なる「ショック」を受けていないか？

- 処置後に、AとBで異なる状況が発生すると、比較ができない
  - 例：処置直後（処置後の結果を測る時点まで）に、
    - A県では、万国博覧会（万博）が開催された
    - B県では、大規模イベントは開催されなかった
  - 宿泊者数を増やしたのが、処置なのか、万博（処置ではない外生的ショック：第2の「処置」）なのか区別できない

共通ショックなら問題ない

- 処置後に、AとBが同じ外生的ショックを受けたとき、そのショックから受ける影響が同じとみなせるなら比較可能
  - 例：処置直後（処置後の結果を測る時点まで）に、新型コロナウィルスの影響で緊急事態宣言が発令され、県をまたぐ移動が制限された
    - A県：宣言の対象
    - B県：宣言の対象
  - どちらも同じショックを受けていると考えられれば、比較可能

差分の差分 (DID) 法とは

- 「個体間の差」と「時点間の差」の両者を使って因果効果を推定する
  - 「時点間の差」と「時点間の差」の個体間（群間）の差
  - 「個体間（群間）の差」と「個体間（群間）の差」の時点間の差
- 平行トレンドの仮定が必要
  - 処置後に、結果に影響を与える外生的ショックが、処置群と統制群のうちどちらか一方にだけ起こっていないか確認することも必要

DID のメリット

- 適用できる範囲が広い
  - 処置群と統制群の両者を含むパネルデータがあればよい
- 処置群と統制群は異質でもかまわない
  - 「他の条件が等しく (ceteris paribus)」なくてもよい
  - ただし、平行トレンドの仮定が必要
- 処置群全体の処置効果が推定できる
  - 次のトピックで扱うRDD と比べて有利な点

DIDのデメリット

- パネルデータが必要
  - 処置群と統制群の両者について、長期間の観測値が必要
- 平行トレンドの仮定を満たすと思われる例を見つけるのが困難
  - 異質な個体は異なるトレンドを示すことが多い
  - 平行トレンドに「見える」ことはあっても、本当に平行かどうかはわからない（仮定に過ぎない）

DID を用いた回帰分析

DID 回帰

- Y_{kt}：結果変数
  - k：処置が適用される物理的な単位（例：国、自治体、企業、人）
  - t：時間
- D_k：個体 k が処置群に属することを示すダミー変数
- P_t：時間 t が処置後 (post-treatment) であることを示すダミー変数
- 回帰式：

$$Y_{kt} = \alpha + \beta D_k + \gamma P_t + \delta (D_k \times P_t) + e_{kt}$$

- δ：DID によって推定される処置効果

データの準備：観光振興の例

prefecture	year	Y	D	P	D * P
A	2019	320	1	0	0
A	2020	280	1	1	1
B	2019	290	0	0	0
B	2020	200	0	1	0

回帰分析による処置効果の推定

回帰式：$Y_{kt} = \alpha + \beta D_k + \gamma P_t + \delta(D_k \times P_t) + \varepsilon_{kt}$

- $\mathbb{E}[Y_{kt} \mid D_k = 1, P_t = 1] = \alpha + \beta + \gamma + \delta$ (1)
- $\mathbb{E}[Y_{kt} \mid D_k = 1, P_t = 0] = \alpha + \beta$ (2)
- $\mathbb{E}[Y_{kt} \mid D_k = 0, P_t = 1] = \alpha + \gamma$ (3)
- $\mathbb{E}[Y_{kt} \mid D_k = 0, P_t = 0] = \alpha$ (4)
- (1) - (2)：

  $\mathbb{E}[Y_{kt} \mid D_k = 1, P_t = 1] - \mathbb{E}[Y_{kt} \mid D_k = 1, P_t = 0] = \gamma + \delta$ (5)
- (3) - (4)：

  $\mathbb{E}[Y_{kt} \mid D_k = 0, P_t = 1] - \mathbb{E}[Y_{kt} \mid D_k = 0, P_t = 0] = \gamma$ (6)

回帰分析による処置効果の推定（続）

- $\mathbb{E}[Y_{kt} \mid D_k = 1, P_t = 1] - \mathbb{E}[Y_{kt} \mid D_k = 1, P_t = 0] = \gamma + \delta$ (5)
- $\mathbb{E}[Y_{kt} \mid D_k = 0, P_t = 1] - \mathbb{E}[Y_{kt} \mid D_k = 0, P_t = 0] = \gamma$ (6)
- (5) - (6)：

$$\delta = \left(\mathbb{E}[Y_{kt} \mid D_k = 1, P_t = 1] - \mathbb{E}[Y_{kt} \mid D_k = 1, P_t = 0]\right)$$

$$-\left(\mathbb{E}[Y_{kt} \mid D_k = 0, P_t = 1] - \mathbb{E}[Y_{kt} \mid D_k = 0, P_t = 0]\right)$$

回帰式：$Y_{kt} = \alpha + \beta D_k + \gamma P_t + \delta(D_k \times P_t) + \varepsilon_{kt}$

★ δ （D と P の交差項の係数）が差の差を推定する

((1) - (3)) - ((2) - (4)) としても同じ

より大きなパネルデータの分析

- 差分の差分法が利用できるのは、2個体、2期間のパネルデータだけではない
  - 個体数は多くても良い
  - 期間は長くても良い
- 処置は二値でなくても良い

法定飲酒年齢が死者数に与える影響

- Angrist and Pischke (2015) 第5章の例
- RQ「法定飲酒年齢 (minimum legal drinking age; MLDA) の引き下げは、18歳から20歳の人たちの死亡率を上げたか？」
  - Du Mouchel et al (1987); Norberg et al. (2009) も参照

アメリカ合衆国のMLDA

- 州ごとに異なる
  - 50州 + ワシントン D.C.
- MLDA：18歳、19歳、20歳、21歳
- 確認したい効果の例
  - MLDA を21歳から18歳に引き下げたことにより、18-20歳の死亡率が上がるかどうか

2個体、2期間比較と異なる点

- 処置のパターンが1つではない
  - 例えば
    - 21 -> 18：3歳引き下げ
    - 21 -> 20：1歳引き下げ
    - 18 -> 21：3歳引き**上げ**
- 処置のタイミングが州によって異なる

対処法：処置を表す変数を作る

- 処置を表す変数 (LEGAL) を作る
- LEGAL：18歳から20歳までの人口のうち、合法的に飲酒できる人の割合 ($0 \leq \text{LEGAL} \leq 1$)
  - MLDAが18：全員飲酒可能なので、LEGAL = 1
  - MLDAが21：全員飲酒不可なので、LEGAL = 0
    - 年の途中で変更があった場合には、細かく調整
- MLDA の引き下げは、LEGAL の値を大きくする

DID回帰

- $s = \{1,2,\ldots,51\}$：州（$s = 51$ はD.C.）
- $t = \{1970,1972,\ldots,1983\}$：年
- Y_{st}：t 年のs州での18-20歳の死者数（10万人あたり）
- STATE_{ks}：$k = s$ のときに1になる変数（D.C. を除く50個の州ダミー）
- YEAR_{jt}：$j = t$ のときに1になる変数（1970年を除く13個の年ダミー）
- LEGAL_{st}
- 回帰式：$Y_{st} = \alpha + \delta \cdot \mathrm{LEGAL}_{st} + \sum_{k=1}^{50} \beta_k \mathrm{STATE}_{ks} + \sum_{j=1971}^{1983} \gamma_j \mathrm{YEAR}_{jt} + e_{st}$
  - 1970年の D.C. を参照カテゴリにする

Angrist and Pischke (2015: p.196, Table 5.2)

DID回帰の標準誤差

- 2期間より長いパネルデータ を分析する場合：
- 結果変数は、それぞれの個体（例：国、自治体、企業、個人）内で強い相関をもつ
  - 1つひとつの観測値が独立に得られたとみなせない：標本サイズを割り引いて考える必要がある
  - A県の今年の観光者数は、A県の昨年の観光者数と強い相関、A県の昨年の観光者数はA県の一昨年の・・・
- 通常の標準誤差（`lm()` の結果として得られるもの）は小さ過ぎる：誤って統計的に有意だと判断する機会が増えてしまう

★ 観測個体ごとにクラスタ化した標準誤差 (cluster-robust standard error) を利用する

- 詳細は、Bertrand et al. (2004), Pustejovsky & Tripton (2018) を参照

まとめ：差分の差分 (DID) 法

- 差分の差分によって因果効果を推定する方法
  - 「個体（群）間の差分」と「個体（群）間の差分」の前後の差分
  - 「前後の差分」と「前後の差分」の個体（群）間の差分
- パネルデータ（時系列のクロスセクション）が必要
  - 平行トレンドの仮定
  - 処置群と統制群で異なる外的ショック（他の「処置」）が不在
- 回帰分析によって推定する
  - クラスタ化した標準誤差で推定の不確実性を測る

次回予告

8. 回帰不連続デザイン (RDD)