

目次

第 1 章	数学ソフトウェアの現状と数値計算の役割について	1
1.1	数学と計算	1
1.2	数値計算とは？	3
1.3	コンピュータ言語と数値計算	5
1.4	数学ソフトウェアについて	9
1.5	数値計算実行方法の相違	10
第 2 章	数の体系, コンピュータ, 浮動小数点数	13
2.1	数の体系	13
2.2	コンピュータの構成, bit, byte, 2 進表記の自然数	16
2.3	固定小数点数と浮動小数点数	17
2.4	丸め方式	21
第 3 章	浮動小数点数と丸め誤差	23
3.1	浮動小数点数の標準規格	23
3.2	誤差の種類	25
3.3	丸め誤差	27
3.4	桁落ちの例とその解決策	29
3.5	丸め誤差解析の手法	33
3.6	数値計算における誤差解析	35
第 4 章	多倍長計算	39
4.1	多倍長計算の適用例	39
4.2	多倍長計算環境を提供するソフトウェア	41
4.3	現行の多倍長計算ソフトウェアの比較	42
4.4	多倍長計算の存在意義	44
第 5 章	計算量について	47
5.1	浮動小数点数の四則演算と Landau の O 記号	47
5.2	複素数の四則演算	48
5.3	基本線型計算	49
5.4	収束判定と停止則について	51
5.4.1	数列の場合	51
5.4.2	ベクトル列, 行列列の場合	54

第 6 章 初等関数の計算	57
6.1 Horner 法による多項式関数の計算	57
6.2 Newton 法に基づく平方根の計算	58
6.3 Taylor 展開に基づく初等関数の計算	59
6.3.1 $e = \exp(1)$ の計算と誤差解析	60
6.3.2 $\exp(x)$ の計算	62
6.3.3 $\sin x$ の計算	63
6.3.4 $\log x$ の計算	64
6.4 その他の関数	65
6.4.1 誤差関数	65
6.4.2 ガンマ関数	67
6.4.3 Bessel 関数	67
第 7 章 連立一次方程式の解法 1 — 直接法	71
7.1 連立一次方程式とその数値計算法	71
7.2 LU 分解, LDU 分解	72
7.3 Gauss の消去法	80
7.4 Crout 法, 修正 Cholesky 分解	87
第 8 章 ノルム, 条件数, 連立一次方程式の誤差解析	91
8.1 ベクトルと行列のノルム, 条件数	91
8.2 連立一次方程式の誤差解析	95
8.3 Hilbert 行列の数値例	98
8.3.1 固有値の摂動	98
8.3.2 連立一次方程式への影響	100
第 9 章 連立一次方程式の解法 2 — 反復法	103
9.1 反復法の原理	103
9.2 Jacobi 反復法	105
9.3 Gauss-Seidel 法	107
9.4 SOR 法	109
9.5 数値的性質	112
第 10 章 連立一次方程式の解法 3 — Krylov 部分空間法	115
10.1 傾斜法	116
10.2 最急降下法 (Steepest Decent)	118
10.3 共役勾配法	118
10.4 共役勾配法の数値的性質	120

第 11 章 行列の固有値・固有ベクトル計算	125
11.1 行列の固有値・固有ベクトル	125
11.2 固有値・固有ベクトル計算の分類	126
11.3 べき乗法と逆べき乗法	127
11.3.1 数値例	128
11.4 LR 分解法	129
11.5 QR 分解法	131
11.6 行列の Reduction	133
第 12 章 非線型方程式の解法	137
12.1 方程式の分類	137
12.2 縮小写像	139
12.3 1 次元 1 変数方程式に対する Newton 法	140
12.4 n 次元 n 変数方程式に対する Newton 法	141
12.5 準 Newton 法と Regula-Falsi 法	143
第 13 章 代数方程式の解法	147
13.1 代数方程式の特徴	147
13.2 4 次以下の代数方程式の解公式	148
13.2.1 Cardano 法 — 3 次代数方程式の解公式	149
13.2.2 Ferrari 法 — 4 次代数方程式の解公式	150
13.3 減次を用いた Newton 法	151
13.4 Durand-Kerner-Aberth 法	152
13.5 代数方程式の数値解の誤差解析	155
第 14 章 補間と最小二乗法	159
14.1 補間と最小二乗法	159
14.2 連立一次方程式による $n - 1$ 次補間多項式の導出	160
14.3 Lagrange 補間公式	162
14.4 Newton 補間公式	163
14.5 最小二乗法	165
14.6 自然な 3 次スプライン補間	166
第 15 章 数値微分と数値積分	171
15.1 微分と差分商	171
15.2 高次の数値微分公式と数値例	173
15.3 Newton-Cotes 積分公式	176
15.4 Gauss 型積分公式	179
15.4.1 直交多項式補間	179
15.4.2 Gauss 型積分の重みと分点	181

第 16 章 常微分方程式の初期値問題 — 一段法	185
16.1 常微分方程式	185
16.2 初期値問題と Lipschitz 条件	186
16.3 差分からの導出: Euler 法, 中点法, 古典的 Runge-Kutta 法	187
16.4 一般の Runge-Kutta 法	189
16.5 陰的 Runge-Kutta 法の内部反復	191
16.5.1 Newton 法を用いた内部反復	191
16.6 陽的・陰的 Runge-Kutta 法の比較	192
16.6.1 線型常微分方程式における陰的 Runge-Kutta 法のアルゴリズム	192
16.6.2 数値実験 — 固定刻み幅における線型常微分方程式	193
16.7 Rössler モデルの数値例	194
第 17 章 Richardson の補外	201
17.1 Neville のアルゴリズムによる導出	201
17.2 丸め誤差伝播の性質	204
17.3 数値微分への適用	204
17.3.1 数値微分における丸め誤差限界とアルゴリズム	205
17.3.2 数値例	206
17.4 数値積分への適用 — Romberg 型数値積分	209
17.5 常微分方程式の初期値問題への適用	211
17.5.1 随伴法と対称法	212
17.5.2 偶数ステップ数の中点法	213
17.5.3 GBS アルゴリズム	214
17.5.4 数値例	214
第 18 章 常微分方程式の境界値問題	219
18.1 2 階線型常微分方程式の境界値問題	219
18.2 差分法	219
第 19 章 偏微分方程式の数値解法	223
19.1 偏微分方程式の分類	223
19.2 差分法による Poisson 方程式の解法	224
第 20 章 数値計算ソフトウェアの構造	229
20.1 数値計算の階層構造	229