26 (1919)

3° Pour les valeurs de k voisines de n, l'examen direct des polygones donne

$$\gamma_n^n = 1,$$
$$\gamma_n^{n-1} = 0,$$
$$\gamma_n^{n-2} = \frac{n(n-3)}{2} \qquad (\text{pour } n > 2),$$
$$\gamma_n^{n-3} = \frac{2n(n-4)(2n-1)}{6} \qquad (\text{»} \quad n > 3),$$
$$\gamma_n^{n-4} = \frac{n(n-5)(25n^2-229n+534)}{24} \qquad (\text{»} \quad n > 4),$$
$$\gamma_n^{n-5} = \frac{n}{120}(208n^4 - 4700n^3 + 40340n^2 - 155680n + 227712)$$
$$(\text{pour } n > 5).$$

De ces diverses formules, on peut évidemment déduire quantité d'autres; mais les formules (1), (4) et (5) suffisent pour la résolution des problèmes posés, puisqu'elles permettent de calculer les trois premières colonnes du Tableau, indépendamment des autres. On peut même en tirer des formules qui ne renferment que des termes d'une même colonne. Nous trouvons ainsi

$$(6)\quad \begin{aligned} &\gamma_{n+2}^0(n^2-3n-1) - \gamma_{n+1}^0(n^3-2n^2-2n-9) \\ &\quad - 4\gamma_n^0(n-3)(n+2) + 2\gamma_{n-1}^0(n-4)(n^2-n-3) \\ &\quad - \gamma_{n-2}^0(n^2-3n-1) - \gamma_{n-3}^0(n-3)(n^2-n-3) = 0 \\ &\qquad (n > 5); \end{aligned}$$

$$(7)\quad \begin{aligned} &\frac{\gamma_{n+2}^1}{n+2} - \frac{n}{n+1}\gamma_{n+1}^1 - \frac{4}{n}\gamma_n^1 + \frac{2(n-3)}{n-1}\gamma_{n-1}^1 \\ &\quad - \frac{1}{n-2}\gamma_{n-2}^1 - \frac{n-2}{n-3}\gamma_{n-3}^1 = 0 \qquad (n > 4). \end{aligned}$$

Ces formules ne sont peut-être pas les plus simples qu'on puisse trouver.

Si nous revenons maintenant à notre premier énoncé, nous voyons qu'il faut ajouter aux permutations Γ_n^0 les permutations Γ_n^1, qui ont, soit entre leurs termes extrêmes une différence de 1 ou $n-1$, soit dans le corps de la permutation 1 et n consécutifs, puis les permutations Γ_n^2 qui réunissent ces deux conditions. Leur nombre total P_n est ainsi trouvé égal à

$$(8)\qquad \Gamma_n^0 + \frac{2n-1}{n^2}\Gamma_n^1 + \frac{2}{n^2}\Gamma_n^2.$$

A 2464

On a ainsi pour

$n = 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8,\ 9,\ 10,\ 11,\ 12 \ldots$
$P = 2,\ 14,\ 90,\ 646,\ 5242,\ 47622,\ 479306,\ 5296790,\ 63779034 \ldots$

La combinaison de la formule (8) avec les formules précédentes nous donne encore

$$(9)\qquad P_n = \frac{1}{n+2}\gamma_{n+2}^1 + \frac{2}{n+1}\gamma_{n+1}^1 + \frac{1}{n}\gamma_n^1,$$

$$(10)\qquad \begin{aligned} P_{n+1} &= (n+2)P_n - (n-1)P_{n-1} \\ &\quad - (n-4)P_{n-2} + (n-2)P_{n-3} \qquad (n > 4). \end{aligned}$$

P. POULET.

4761 (1917, 99) (H. BROCARD). — *Jeu de Halma* (**1918**, 62; **1919**, 46). — *Les nouvelles scientifiques de la Nature* (n° 1066 du 4 novembre 1893, p. 91, avec 1 figure) donnent aux Petites Inventions une Note sur *le Jeu de l'Halma*. « L'Halma, jeu nouveau et très intéressant dont le nom est celui d'un vieux jeu grec, se joue sur un carton de 256 carrés, comme le montre la figure. Il y a 2 ou 4 joueurs. A chaque coin du carton, 13 carrés sont entourés d'une ligne noire, et, à deux extrémités opposées, une ligne plus forte entoure 6 carrés additionnels, ce qui fait 19 carrés. Les carrés compris dans les lignes noires sont appelés *camps* ou *cases*. Quand on joue à quatre on se sert des quatre cases des 13 carrés. Quand on joue à deux, on prend les deux cases des 19 carrés. Nous allons indiquer les règles de jeu à deux. On place le carton de sorte que chaque joueur ait en face de lui un camp de 19 carrés. On remplit l'un de pions blancs, l'autre de pions noirs. Le but du jeu est, pour chaque joueur, de faire sortir ses pions de son camp et de les faire arriver le plus vite possible dans le camp opposé. Celui qui y réussit le premier gagne. Il faut pour cela 60 à 80 mouvements. Il y a deux sortes de mouvements : le premier, le *pas*, par lequel on fait passer un pion d'un carré sur l'un des 8 carrés environnants (c'est la marche du roi des échecs). Le second, le *saut*, par lequel on fait sauter un pion pardessus un autre, quelle qu'en soit la couleur, placé sur un carré voisin, pour retomber sur un carré vide, et l'on continue ainsi ce qui fait partie du même mouvement, dans n'importe quelle direction, tant que la disposition des pièces le rend possible, et avantageux. Mais, dans ce cas, le pion ne peut sauter que sur un carré de la même couleur que celui d'où il est parti. On ne peut faire qu'un pas par mouvement; on peut faire un nombre illimité de sauts. Avec le pas, il est facultatif d'aller d'une couleur à une autre. Avec le saut,