Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung

Band: 29/30 (1897)

Heft: 9

Inhaltsverzeichnis

Der Uebergang der Wärme zwischen dem Dampf und den Wandungen der Dampfcylinder.

Von Prof. *A. Fliegner*.

I.

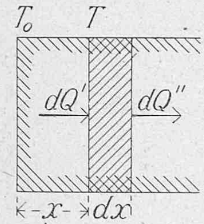
Der Wärmeaustausch zwischen Dampf und Cylinderwandungen ist zuerst von *Grashof* in der Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure, 1884, Seite 293, analytisch untersucht worden, aber nur für einen besonders einfachen Fall. Ausführlicher und allgemeiner findet sich die Frage von *Kirsch* in einem besonderen Buche behandelt, das unter dem Titel „Die Bewegung der Wärme in den Cylinderwandungen der Dampfmaschine" 1886 bei *Arthur Felix* in *Leipzig* erschienen ist. Eine spätere Veröffentlichung desselben Verfassers in der Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure, 1891, Seite 957, bringt verbesserte analytische Methoden zur Berechnung der übergegangenen Wärmemengen.

In allen diesen Untersuchungen wird von der Temperatur der innersten Schicht der Wandungen ausgegangen und diese je gleich der augenblicklichen Temperatur des Dampfes oder des Wasserbelages der Wandungen gesetzt. Diese Annahme wird allerdings nur als vereinfachende Annäherung anerkannt und ihr Einfluss auf die Ergebnisse besprochen, aber ohne weitere Rechnungen in dieser Richtung anzustellen.

In den folgenden Entwickelungen soll nun versucht werden, die *Temperatur der Innenschicht der Wandung* in ihrer Abhängigkeit von der Temperatur des Dampfes analytisch und numerisch zu berechnen, das letzte allerdings nur unter angenäherter Schätzung der in den Gleichungen auftretenden, noch nicht bestimmten Konstanten. Dazu ist es zunächst nötig, den bekannten Ausdruck für die Aenderung der Temperatur an einer beliebigen Stelle der Wanddicke kurz zu entwickeln.

Es sei in Fig. 1 aus einer *ebenen* Wand ein Stück vom Querschnitte von einem Quadratmeter herausgeschnitten gedacht. Im Abstande x^{mm} von der Innenseite herrsche zur Zeit t die Temperatur T und das Temperaturgefälle $-\partial T/\partial x$, negativ, weil die Wärmebewegung von innen nach aussen als positiv eingeführt werden soll, wozu die Temperatur im gleichen Sinne abnehmen muss. Durch den Querschnitt im Abstande x von der Innenseite strömt dann in der unendlich kurzen Zeit dt eine Wärmemenge dQ', die man bei diesen Untersuchungen allgemein dem Temperaturgefälle proportional setzt. Ist noch λ der durch Versuche zu bestimmende Wärmeleitungskoefficient der Wandung, so wird:

Fig. 1.



$$dQ' = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} dt. \tag{1}$$

Bis zu dem um dx weiter aussen liegenden Querschnitte hat sich das Temperaturgefälle von $-\partial T/\partial x$ auf

$$-[\partial T/\partial x + (\partial^2 T/\partial x^2)\, dx]$$

geändert. Daher wird die dort in dt nach aussen abströmende Wärmemenge:

$$dQ'' = -\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} dx\right) dt. \tag{2}$$

In der unendlich dünnen Schicht dx bleibt daher die Wärmemenge $dQ = dQ' - dQ''$ zurück, oder mit (1) und (2):

$$dQ = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} dx\, dt. \tag{3}$$

Der Querschnitt der Schicht war der Einheit gleich gesetzt worden, daher ist ihr Volumen dx und, wenn γ das specifische Gewicht des Materials bezeichnet, ihr Gewicht γdx. Sie erwärmt sich durch dQ in dt um

$$(\partial T/\partial t)\, dt.$$

Daher ist mit der specifischen Wärme c des Materials auch:

$$dQ = c\gamma\, dx \frac{\partial T}{\partial t} dt. \tag{4}$$

Setzt man die beiden Werte für dQ aus (4) und (3) einander gleich, so hebt sich das Produkt $dx\, dt$ weg, und es bleibt:

$$c\gamma \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}. \tag{5}$$

Die weiteren Formeln schreiben sich bequemer, wenn man mit *Kirsch* statt t und x andere Veränderliche einführt. Gleichförmige Drehung der Welle vorausgesetzt hängen ihr Drehwinkel φ und ihre Winkelgeschwindigkeit ω so mit der Zeit zusammen, dass

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = \text{const.} \tag{6}$$

ist. Damit schreibt sich der partielle Differentialquotient:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial T}{\partial \varphi}\frac{d\varphi}{dt} = \omega \frac{\partial T}{\partial \varphi}. \tag{7}$$

Führt man ferner statt x eine Grösse

$$\xi \equiv x \sqrt{\frac{\omega c \gamma}{2\lambda}} \tag{8}$$

ein, so wird $\partial T/\partial x = (\partial T/\partial \xi)\,(d\xi/dx)$ und

$$\partial^2 T/\partial x^2 = (\partial^2 T/\partial \xi^2)\,(d\xi/dx)^2.$$

Der Quotient $d\xi/dx$ ist gleich der Wurzel in (8), daher folgt:

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \sqrt{\frac{\omega c\gamma}{2\lambda}}\,\frac{\partial T}{\partial \xi} \text{ und } \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{\omega c\gamma}{2\lambda}\,\frac{\partial^2 T}{\partial \xi^2}. \tag{9}$$

(7) und (9) in (5) eingesetzt giebt

$$c\gamma\omega\,(\partial T/\partial\varphi) = \lambda\,(\omega c\gamma/2\lambda)\,(\partial^2 T/\partial \xi^2),$$

und daraus folgt als Differentialgleichung zur Berechnung von $T = f(\xi, \varphi)$:

$$\frac{\partial T}{\partial \varphi} = \frac{1}{2}\frac{\partial^2 T}{\partial \xi^2}. \tag{10}$$

Da sich die Temperatur T im Beharrungszustande der Dampfmaschine mit der Zeit oder dem Drehwinkel der Kurbel *periodisch* ändern muss, so wird diese Differentialgleichung befriedigt durch eine *Fourier*'sche Reihe von der Gestalt:

$$T = a + b\xi + \sum_{n=1}^{n=\infty} e^{-\xi\sqrt{n}} \left[a_n \cos(n\varphi - \xi\sqrt{n}) + b_n \sin(n\varphi - \xi\sqrt{n})\right], \tag{11}$$

worin n alle *ganzen Zahlen* von 1 bis ∞ bedeutet. Das ist die von *Kirsch* und im wesentlichen auch von *Grashof* benutzte Lösung.

Der weiterhin nötige erste partielle Differentialquotient von T nach ξ wird, wenn die selbstverständlichen Grenzen für n bei der Summation weggelassen werden:

$$\frac{\partial T}{\partial \xi} = b - \sum \sqrt{n}\, e^{-\xi\sqrt{n}} \left[(a_n + b_n)\cos(n\varphi - \xi\sqrt{n}) + (b_n - a_n)\sin(n\varphi - \xi\sqrt{n})\right]. \tag{12}$$

Alle bisher entwickelten Gleichungen gelten für die ganze Dicke der Wand mit Einschluss der *inneren Schicht*, nur muss man voraussetzen, dass durch eine geeignete Anordnung an der Innenfläche der Wand wirklich diejenige Wärmemenge, $\equiv dQ'_o$, zugeführt wird, die mit dem Differentialquotienten $\partial T/\partial x$ für diese Stelle nach (1) zusammenhängt. Für die innerste unendlich dünne Schicht ist $x = o$