

フェルミ超流動とボース・アインシュタイン凝縮の統一描像

Keyword: BCS-BEC クロスオーバー

Keywordにある「BCS」とは、超伝導機構を解明した3人の物理学者の名前 (Bardeen, Cooper, Schrieffer) の頭文字を並べたものであり、伝導電子に代表されるフェルミ粒子系の超流動 (超伝導) を指す。一方、「BEC」とは、理想ボース気体が示す相転移現象—ボース・アインシュタイン凝縮 (Bose-Einstein condensation)—を指し、液体⁴Heや、ボース原子気体⁸⁷Rb等で実現するボース粒子系超流動を意味することもある。ここでは、これら2種類の超流動、凝縮現象をつなぐBCS-BECクロスオーバーについて解説する。

1. BCS-BEC クロスオーバーとはなにか

理想ボース気体が低温でBECを起こし、巨視的な数のボソンが運動量ゼロの状態を占有するようになるのに対し、理想フェルミ気体はそのような相転移を示さない。しかし、フェルミ粒子間に引力がはたらくと、束縛状態 (クーバー対) が形成され、対の重心運動量に関しある種のBECを起こす—これが超伝導の機構を解明したBardeen, Cooper, Schriefferらのアイデアの核心部分である。そして、今日、Cooper不安定性と呼ばれる、「フェルミ面があれば対形成に必要な引力はわずかでも良い」という事実が、多くの金属が低温で超伝導状態になることの根拠の一つとなっている。BCS理論は、当初、電子間引力の起源として格子振動 (フォノン)、束縛状態としてはスピン1重項で軌道部分が s 波対称の場合を想定していたが、その後、超流動³He (スピン3重項 p 波) や銅酸化物高温超伝導 (スピン1重項 d 波) など、様々なタイプが発見されている。しかし、上述の核心部分に変更を迫る超流動は未だ発見されていない。

通常の超伝導では、クーバー対のサイズ $\sim O(10^3 \text{ \AA})$ は電子間距離 $\sim O(1 \text{ \AA})$ に比べ遥かに大きいので、対同士は非常に重なり合っている。したがって、 $s=1/2$ のスピン2つを合成したものが整数スピンになるからといって、即、これをボソンとみなすことには抵抗があるかもしれない。しかし、もし電子間にはたらく引力相互作用をどんどん強くすることができたなら、クーバー対は次第に小さくなり、いずれ⁴He原子 (これも2個の陽子、2個の中性子、2個の電子というフェルミ粒子が強く結合した複合粒子である) 同様、躊躇なくボソンとみなせるようになるだろう。そして、その極限においては、超伝導 (BCS状態) は理想ボース気体のBECに帰着する…。フェルミ粒子間の引力相互作用強度の変化に伴って起こるこの移行現象がBCS-BECクロスオーバーである。そして、この移行は途中で相転移を伴わず、スムーズに起こる (クロスオーバー)。

引力相互作用をどんどん強くするという、一見、ありえそうにない問題設定は、しかし、2004年、フェルミ原子ガス超流動の実現により現実のものとなる。^{1,2)} この系は、フェルミ原子である⁴⁰K、または⁶Liをガス化、 $10^5 \sim 10^8$ 個ほどを磁氣的、光学的手法で空中に捕獲し、レーザー冷却や蒸発冷却といった技術により、 μK 以下のフェルミ縮退領域にまで冷却したものである。核スピンと電子スピンの合成スピンで指定される原子状態 (hyperfine state) から2種類を選択的に残し、それらを擬スピン $s=\uparrow, \downarrow$ として電子スピンの対称性を実現させている。そして、なにより画期的なのは、Feshbach共鳴と呼ばれる機構により擬スピン \uparrow と \downarrow の原子間にはたらく相互作用を自在に制御できるという点で、これを駆使することで、金属超伝導で議論されてきた弱結合超流動状態 (BCS状態) を強く結合した分子ボソンのBECへ“BCS-BECクロスオーバー”させることに成功したのである。

フェルミ原子ガスで観測された超流動転移温度 T_c の振る舞いは、図1の実線のようなものであった。^{1,2)} 超伝導研究では、通常、引力が強いほど高い T_c を与えられられているが、図1は、必ずしもそうではないことを示している。何故か？ この理由が分かったなら、BCS-BECクロスオーバーの本質は理解できたと考えて良い。

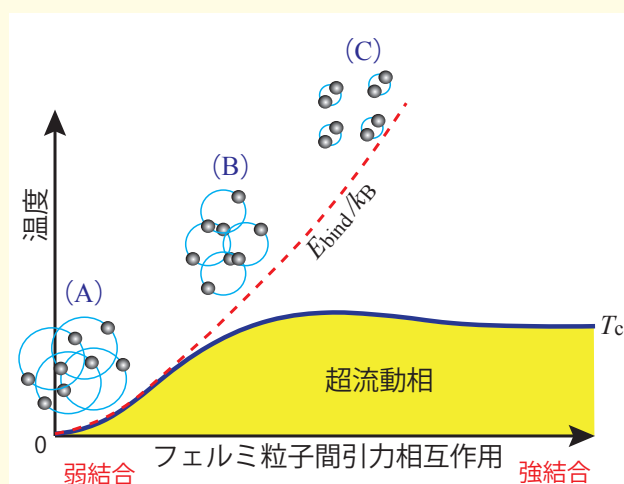


図1 フェルミ原子ガス超流動のBCS-BECクロスオーバー領域における超流動転移温度 T_c の相互作用依存性の模式図。 E_{bind}/k_B はクーバー対の結合エネルギーを温度換算したもので、熱分離に打ち勝ってクーバー対が形成され始める特徴的な温度を与える。(A)-(C)はそれぞれの相互作用領域でのクーバー対同士の重なり具合の模式図である。

2. この現象をどう理解するか

BCS-BEC クロスオーバーは強い引力相互作用が重要となる量子多体現象であるが、その本質を理解することはさほど難しくない。前提はただ2つ：(a) フェルミ面があればわずかな引力でクーパー対形成が可能であること、および、(b) 理想ボース気体の BEC 転移温度の表式、

$$T_{\text{BEC}} = \frac{h^2}{2\pi m_B k_B} \left(\frac{n_B}{\zeta(3/2)} \right)^{2/3}, \quad (1)$$

が粒子の波動関数の（統計力学的効果をも加味した）空間的広がりを表す熱的 de Broglie 波長 $\lambda_T(T) = h/\sqrt{2\pi m_B k_B T}$ を用い、

$$\lambda_T(T_{\text{BEC}}) = \zeta(3/2)^{1/3} n_B^{-1/3}, \quad (2)$$

のように表せること、のみである (m_B , n_B はボース粒子の質量と数密度。また、 $\zeta(3/2) = 2.612$)。ここで、 $\lambda_T(T) \propto 1/\sqrt{T}$ 、および、 $n_B^{-1/3}$ が平均粒子間距離程度であることに注意すると、BEC とはボソンの波動関数の広がり (λ_T) が低温で粒子間距離程度 ($\sim n_B^{-1/3}$) にまで発達、粒子の波動関数が互いに重なり合うことで起こる量子現象であることを式(2)は示している。

図1の破線はクーパー対の結合エネルギー E_{bind} を温度換算したものであり、当然、引力相互作用が強いほど大きい。物理的には、 E_{bind}/k_B は熱解離に打ち勝って対形成が起こり始める特徴的な温度を与える。フェルミ粒子間の引力相互作用が弱い(弱結合)領域において、 E_{bind}/k_B 程度まで温度を下げると、形成されるクーパー対は小さな結合エネルギーを反映して非常に大きなサイズとなり、図1(A)のように互いに重なり合った状況となる。ここで、(多少躊躇しつつも大胆に) これらを分子ボソンとみなすならば、その波動関数は非常に重なり合っていることから、対形成と同時に BEC の条件(式(2))が満たされる。結果、弱結合領域では、対形成とその BEC が同時に起こることになる。実際、BCS 理論では、クーパー対は T_c 以下で現れるとされ、AI など多くの超伝導がこれに該当する。

引力相互作用が強くなると、結合エネルギー E_{bind} の増大に伴い T_c も上昇する。同時に「分子」は次第に小さくなり、図1(B)を経て、最後は(C)のように平均粒子間距離よりも小さくなる。このようになると、 $T \sim E_{\text{bind}}/k_B$ で対形成が始まっても、式(2)の条件が満たされないため BEC は即座には起こらない。しかし、さらに温度を下げると、今度はこれら分子ボソンの熱的 de Broglie 波長が成長し始め、それが平均「分子間距離」程度に達した時点で、「分子ボソンの BEC」が起こる。この時、強い引力相互作用によりほとんどのフェルミ粒子が対形成しているとすると、フェルミ粒子の質量を m_F 、数密度を n_F とし、 T_c は $m_B = 2m_F$ 、

$n_B \approx n_F/2$ を式(1)に代入した値、 $T_{\text{BEC}} \approx 0.218 T_F$ となる (T_F はフェルミ温度)。結果、強結合領域の T_c は、図1に示すように相互作用にほとんど依存しない。

以上が、BCS-BEC クロスオーバーにおける T_c の振る舞いのカラクリである。BCS 理論の核心部分である、「クーパー対(分子)が起こすある種の BEC」というアイデアは全相互作用領域で有効であるが、弱結合 BCS 領域では昇温と共に BEC を起こす分子自身が熱分解することで正常相に戻るのに対し、強結合 BEC 領域では分子の波動関数の空間的広がり (λ_T) が縮み、その重なりがなくなることによって BEC という量子現象が終了するのである。

3. おわりに

上の(直観的)説明に納得できたなら、後は興味と必要に応じて議論を精密化すれば良い。³⁾ BCS-BEC クロスオーバーがフェルミ原子ガス超流動で実現して以降、この量子多体現象は、励起子 BEC や励起子ボラリトン凝縮、中性子星内部の超流動状態、クォーク・グルーオン・プラズマ (QGP) 相図におけるカラー超伝導相⁴⁾ さらに最近では Fe 系超伝導⁵⁾ でも議論されている。しかし、いずれの場合も現象の本質はここで述べたとおりである。また、「相互作用をどんどん強く」しなくても、密度を制御して粒子間距離を変えれば同様のクロスオーバーが起こると予想されるが、実際、励起子凝縮や中性子星内部の超流動、QGP 相図におけるカラー超伝導はそれに該当している。

BCS-BEC クロスオーバーが明らかにしたフェルミ超流動の T_c の上限はフェルミ温度 T_F の約 20% である。これは、フェルミ原子ガス ($T_F \sim O(\mu\text{K})$) では極低温であるが、金属超伝導 ($T_F \sim O(10^4 \text{K})$) では、室温を凌駕する温度である。もちろん、後者にはガス系にはない結晶格子の効果など、加味しなければならない要素がたくさんあるが、少なくとも、「ベストな状況」では、自然は室温超伝導の可能性を排除していないようである。これは、室温超伝導の実現を目指す野心家を十分勇気づけるに違いない。

参考文献

- 1) C. Regal, *et al.*: Phys. Rev. Lett. **92** (2004) 040403.
- 2) M. Zwierlein, *et al.*: Phys. Rev. Lett. **92** (2004) 120403.
- 3) フェルミ原子ガス超流動の解説として: W. Zwerger, ed.: *The BCS-BEC Crossover and the Unitary Fermi Gas* (Springer-Verlag, Berlin, 2012), 日本語の解説として: 大橋洋士: 日本物理学会誌 **59** (2004) 207; 591.
- 4) これらの超流動系の解説として: K. Bennemann, *et al.* ed.: *Novel Superfluids, I, 2* (Oxford Univ. Press, Oxford, 2014).
- 5) S. Kasahara, *et al.*: Proc. Natl. Acad. Sci. **111** (2014) 16309.

大橋洋士 (慶應義塾大学理工学部物理学科 yohashi@rk.phys.keio.ac.jp)
 (2015年12月10日原稿受付)