2024

ズバリ！的中

数学

早稲田大学

漸化式を利用していく問題についてテーマと誘導の流れが完全に一致

入試問題

2月16日実施
基幹理工・創造理工・先進理工学部
〔Ⅳ〕

［Ⅳ］　2つのチーム W, K が n 回試合を行う。ただし，$n \geqq 2$ とする。各試合での W, K それぞれの勝つ確率は $\frac{1}{2}$ とし，引き分けはないものとする。W が連敗しない確率を p_n とする。ただし，連敗とは2回以上続けて負けることを言う。

(1)　p_3 を求めよ。

(2)　p_{n+2} を p_{n+1} と p_n を用いて表せ。

(3)　以下の2式を満たす α, β を求めよ。ただし，$\alpha < \beta$ とする。

$$p_{n+2} - \beta p_{n+1} = \alpha(p_{n+1} - \beta p_n)$$
$$p_{n+2} - \alpha p_{n+1} = \beta(p_{n+1} - \alpha p_n)$$

(4)　p_n を求めよ。

河合塾

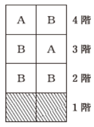
夏期講習
早慶大理工数学
第4講　3

4・3

n 階建て（$n \geqq 2$）のホテルの全客室に，2種類の新聞 A 紙と B 紙（どちらも全客室数に比べて十分多い）のどちらか1紙を必ず配るときの配り方の総数を a_n とする．ただし，A 紙を配った客室の上下および隣の客室には必ず B 紙を配るものとする．

ホテルは1階に客室はなく，2階以上には客室が各階に2つある n 階建てとし，客室の下には客室が1つのみ存在する．

例えば，2階建て（$n=2$）の場合，配る客室は2階の2客室のみなので，A 紙の配り方で場合分けすると，A 紙を配らない場合と，A 紙を客室1つだけに配る場合があり，配り方の総数は $a_2=3$ となる．右図は，4階建て（$n=4$）の場合の新聞の配り方の1例を示している．



(1)　$a_3=\boxed{(ア)}$，$a_4=\boxed{(イ)}$ である．

(2)　a_{n+2} を a_{n+1}，a_n を用いて表すと，$a_{n+2}=\boxed{(ウ)}a_{n+1}+\boxed{(エ)}a_n$ となる．

(3)　数列 $\{a_n\}$ の一般項 a_n を求めるため，(2)の漸化式を $(a_{n+2}-\alpha a_{n+1})=\beta(a_{n+1}-\alpha a_n)$ に変形する．この式を満たす α，β の組を2つ求めると，

$$(\alpha,\ \beta)=\left(\boxed{(オ)},\ \boxed{(カ)}\right),\ \left(\boxed{(キ)},\ \boxed{(ク)}\right)$$

となる．

(4)　数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めると，$a_n=\boxed{(ケ)}$（$n \geqq 2$）である．